

# Inhalt

Seite

<b>Ein höherer Grad an Abstraktionsvermögen</b> .....	4
• Textaufgabe als eigene Abstraktionsleistung über das reine Rechnen hinausgehend	
<b>Was ist gegeben und was wird gesucht?</b> .....	5
• den Gegensatz von „Gesucht“ und „Gegeben“ zunächst anhand dem bekannten Aufbau einer Rechenaufgabe erarbeiten	
<b>Das Erkennen des Wichtigen</b> .....	6 - 9
• das 3-Fragen-Schema	
• die zum Aufstellen der Gleichung wichtigen Informationen herausfiltern	
<b>Das Ermitteln der Rechenoperation in Textaufgaben</b> .....	10 - 12
• in welchen Umschreibungen sich die anzuwendende Operation versteckt	
<b>Das bisher Gelernte im Test anwenden</b> .....	13 - 14
• Routine wird gebraucht, bevor es richtig losgeht mit Variablen	
<b>Das Pferd vom Schwanz her aufzäumen</b> .....	15 - 23
• mit nur einer Variablen auskommen	
<b>Mit Logik Rätselnüsse knacken</b> .....	24 - 28
• Gleichungen lösen mit Tier-/Blumen-/Gemüsebildern als Variablen	
<b>Variablen – Aus Bildern werden Buchstaben</b> .....	29 - 31
• ein Gleichungssystem, jetzt in Form von Buchstaben	
<b>Logische Rückschlüsse auf das Einfache</b> .....	32
• für Muster/Ähnlichkeiten im Zahlenmaterial sensibel werden	
<b>Hilfreiche Skizzen</b> .....	33 - 36
• die Informationen optisch umsetzen	
• oft ist das reale Sehen viel besser als das Denken im Kopf	
<b>Längen und Gewichte umrechnen</b> .....	37
<b>Längen von Wegen</b> .....	38
• wenn mehrere Unbekannte aufeinander aufbauen	
<b>Umfang von Rechtecken und Trapezen</b> .....	39 - 40
• Ableitung allgemeiner Formeln	
<b>Wiegeprobleme beim Gemüsekauf und beim Backen</b> .....	41
• Stück, Kilo, Schale, Stange ...	
<b>Rechnen mit Zeiteinheiten und der Uhr</b> .....	42 - 45
• Zeiteinheiten umrechnen: Sekunde, Minute, Stunde, Tag, Woche	
• Monate, Schaltjahr	
• Division mit Rest	
<b>Lösungen</b> .....	46 - 63

# Vorwort

## Ein höherer Grad an Abstraktionsvermögen

Bei zahlreichen Rechenaufgaben, welche Schülern in der Grundschule gestellt werden, handelt es sich um einfache Gleichungen.

Diese sind der mathematische Ausdruck zweier mengenmäßig identischer Teile, zwischen denen sich ein Gleichheitszeichen befindet. Der Teil vor dem Gleichheitszeichen wird als linke und der dahinter stehende als rechte Seite der Gleichung bezeichnet.

Häufig wird dem Schüler die linke Seite einer Gleichung als Aufgabe gestellt, sodass anschließend nur das Ergebnis zu ermitteln ist.

Im Vergleich zu derartigen Rechenaufgaben verlangt das Lösen von Textaufgaben ein höheres Abstraktionsvermögen. Bevor die Schüler mit dem Rechnen beginnen können, müssen sie zunächst eine Gleichung aufstellen.

Beim Erstellen haben viele Schüler Probleme. Um diese Probleme zu beheben beziehungsweise von vornherein zu unterbinden, enthält dieses Material unter anderem Vorschläge, wie die Schüler Textaufgaben mit Hilfe eines Schemas relativ leicht erfassen, in eine Gleichung übertragen und lösen können.

Viele Erfolge und Anregungen zum Erstellen eigener Unterrichtsinhalte wünschen das Team des Kohl-Verlags sowie

*Cornelia Gutjahr*

## Was ist gegeben und was wird gesucht?

Um die Schüler Schritt für Schritt an das Lösen von Textaufgaben heranzuführen, wird zunächst eine einfache Rechenaufgabe als Basis verwendet.

Hierzu schreibt man beispielsweise an die Tafel:

$4 \quad 3 =$
---------------

Anschließend werden die Schüler gefragt, ob sie bereits anhand der Zahlen und des Gleichheitszeichens erkennen, um welche Rechenoperation es sich handelt. Diese Frage werden die Schüler verneinen.

Im nächsten Schritt erfolgt das Einsetzen eines Pluszeichens zwischen der 4 und der 3.

$4 + 3 =$
-----------

Danach folgt erneut die Frage, ob die Schüler erkennen, um welche Rechenoperation es sich handelt. Diese Frage werden sie bejahen und erklären, dass es eine Additionsaufgabe ist.

Anschließend wird erläutert, dass damit eine komplette Aufgabe **gegeben** ist. Was fehlt, ist das Ergebnis. Dieses stellt die **gesucht(e)** Komponente dar, die rechnerisch zu ermitteln ist.

Um diese Aufgabenstellung optisch zu verdeutlichen, bietet sich folgendes Tafelbild an:

1.	$4 \quad 3 =$	$3 =$
2.	$4 + 3 =$	$3 =$
3.	$4 + 3 =$	$x$
4.	$4 + 3 =$	$x = 7$

Einer der Schüler trägt nun den ihnen bereits bekannten Teil der Aufgabe an der Tafel unter **gegeben** ein.

Gesucht wird das Ergebnis, wofür man ein **X** oder einen anderen beliebigen Buchstaben (= **Variable**) einsetzt.

Im letzten Schritt werden die Schüler aufgefordert, die Aufgabe zu lösen, indem sie die entsprechende Zahl für das **X** berechnen.

**Aufgabe:** *Finde in den 3 folgenden Aufgaben die Teile, die jeweils gegeben bzw. gesucht sind. Trage diese Teile in die jeweiligen Spalten der Tabelle ein.*

- a)  $27 : 3 = X$
- b)  $Y = 34 - 18$
- c)  $Z = 88 + 11$



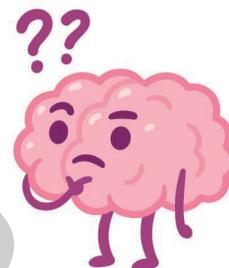
	gegeben	gesucht
a)		
b)		
c)		

## Das Erkennen des Wichtigen (Blatt 1)

Damit Schüler Textaufgaben lösen können, müssen sie diese sowohl gründlich lesen als auch **inhaltlich verstehen**. Das hört sich einfach an – ist es aber für zahlreiche Schüler nicht. Ein nicht unerheblicher Teil der Schüler hat vor allem Probleme, bei einer Textaufgabe die **wichtigen** von den **unwichtigen** Bestandteilen zu unterscheiden. Sind diese Probleme behoben, lassen sich Textaufgaben nach folgendem 3-Fragen-Schema lösen:



- Was wird gesucht?
- Was ist gegeben?
- Welche Rechenoperation muss man anwenden?



Verhältnismäßig einfach lässt sich das Trennen von den wesentlichen und unwesentlichen Bestandteilen einer Textaufgabe anhand des folgenden MITMACHBEISPIELS erklären:

**Aufgabe 1:** a) Was wird gesucht? *Unterstreiche diesen Teil in der folgenden Textaufgabe.*

Agnetha wohnt in Waldfeld und hat 13 € gespart. Hanna wohnt in Altendorf und hat 25 € gespart. Lisa wohnt in Fischbach und hat 7 € gespart. Wie viel € haben die drei Mädchen insgesamt gespart?

b) Was ist gegeben? *Schreibe auf, was gegeben ist.*

---

---

---

c) *Schreibe auf, welche Rechenoperation du anwenden musst?*

---

---

---

d) *Addiere die Euros der drei Mädchen.*

$$13 \text{ €} + 25 \text{ €} + 7 \text{ €} = \underline{\hspace{2cm}}$$

		1	3	
		2	5	
			7	
		+		



## Das Erkennen des Wichtigen (Blatt 2)

Anschließend sollen die Schüler mit Hilfestellungen die wichtigen Bestandteile der Textaufgabe von den unwichtigen trennen. Hierzu schreibt man folgende Tabelle an die Tafel, in welcher der erste Satz in Teile zerlegt ist. Die Teile werden nun mit Häkchen als für das Lösen der Aufgabe wichtig bzw. unwichtig ausgewiesen.

Teil des Satzes	wichtig	unwichtig
Agnetha		
wohnt in Waldfeld und		
hat 13 € gespart.		

- Den Schülern wird die Frage gestellt, ob der konkrete Name des Mädchens Bestandteil der Additionsaufgabe ist. Das verneinen die Schüler. Folglich ist dieser Teil des Satzes unwichtig. Das Mädchen könnte beispielsweise auch Emma heißen.

Teil des Satzes	wichtig	unwichtig
Agnetha		✓
wohnt in Waldfeld und		
hat 13 € gespart.		



- Es wird die Frage gestellt, ob der Wohnort des Mädchens Bestandteil der Additionsaufgabe ist. Das wird erneut von den Schülern verneint, folglich ist auch dieser Satzteil unwichtig. Agnetha könnte beispielsweise auch in Hamburg wohnen.

Teil des Satzes	wichtig	unwichtig
Agnetha		✓
wohnt in Waldfeld und		✓
hat 13 € gespart.		



- Es wird die Frage gestellt, ob die gesparten Euros Bestandteil der Additionsaufgabe sind. Das wird bejaht, folglich ist **dieser Satzteil wichtig**. Die 13 € sind einer der Summanden der Additionsaufgabe.

Teil des Satzes	wichtig	unwichtig
Agnetha		✓
wohnt in Waldfeld und		✓
hat 13 € gespart.	✓	



## Mit Logik Rätselnüsse knacken (Blatt 1)

Marlon und Anton sind gute Freunde, die gern Rätsel lösen. Vor Kurzem hat Marlon ein Handy geschenkt bekommen. „Wenn du mir deine Telefonnummer aufschreibst, rufe ich dich nachher an“, sagt Anton.

„Klar bekommst du die Nummer. Aber was hältst du davon, wenn ich sie in ein kleines Mathe-Rätsel verpacke?“, antwortet Marlon.

„Das wäre prima“, erwidert Anton freudig.

Marlon: „Also pass auf, die ersten vier Zahlen sage ich dir. Diese lauten 0161, dann folgt ein Pferd, ein Nashorn, ein Kaninchen, noch ein Nashorn, ein Krokodil, ein Hahn, ein Schaf und ein Schwein.“

Anton: „Hä?“



Marlon: „Du kennst doch bestimmt die Variablen  $x$ ,  $y$  usw.? Die Tiere stehen in der Aufgabe auch für solche Variablen. Ähnlich wie aus Gleichungen mit mehreren Variablen lassen sich schrittweise die Zahlen ermitteln, für die die Tiersymbole in den Aufgaben eingetragen sind.“

Anton: „Ich dachte, mit Smartphone wird telefonieren einfach nur smarter.“

Marlon schmunzelt: „Jedes dieser Tiere steht immer für die gleiche Zahl. Ich habe nur Zahlen zwischen 1 und 10 ausgewählt.“

Ich gebe dir jetzt die Gleichungen mit Tieren und dazu zwei Hilfen. Sobald du die Lösung hast, erwarte ich deinen Anruf.“

**Aufgabe 1:** *Stell dir vor, du wärst Anton. Löse die Aufgabe auf der nächsten Seite. Erkläre dabei kurz jeden Lösungsschritt, den du durchführst. Trage anschließend Marlons Telefonnummer in die Tabelle unten ein. Folgende drei Hinweise helfen dir bei der Lösung:*

- Für Tiere kommen nur ganze Zahlen von 1 bis 10 vor. Verschiedene Tiere stehen für verschiedene Zahlen.



- Das Pferd steht für die Zahl 5. Trage zuerst die 5 an allen Stellen in den Gleichungen ein, wo dieses Tier vorhanden ist.



- Mit etwas Nachdenken findest du sicherlich schnell heraus, für welche Zahl das Schaf steht. Mehr wird aber nicht verraten.

Marlons Telefonnummer:

0	1	6	1	Pferd	Nashorn	Kaninchen	Nashorn	Krokodil	Hahn	Schaf	Schwein
0	1	6	1								

# Mit Logik Rätelnüsse knacken (Blatt 2)

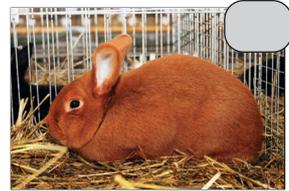
## Aufgabe 1: Fortsetzung



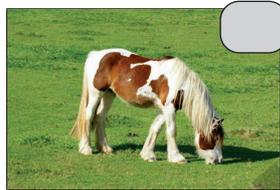
+



=



-



=



•



=



:



=



-



=



## Variablen – Aus Bildern werden Buchstaben (Blatt 1)

Die Tier- und Blumenbilder standen jeweils für Zahlen, die jedoch unbekannt waren. Sie stellten, mathematisch betrachtet, Unbekannte (= Variablen) dar. Im Allgemeinen verwendet man in der Mathematik für die Unbekannten jedoch Buchstaben. Das sieht zwar zunächst etwas langweilig aus, ist aber viel praktischer, vor allem bei komplizierteren Gleichungen.

Jeder Buchstabe steht in dem folgenden Rätsel immer für die gleiche Zahl. Für dieses Rätsel wurden nur Zahlen zwischen 1 und 10 ausgewählt. Wir wollen nun von dieser Beispielaufgabe die ersten Teilschritte gemeinsam lösen.

Starthilfe:  
Der Buchstabe b steht für die 6.

Merke:  
Punktrechnung hat Vorrang vor Strichrechnung.

$a + a + a = b$ $h \cdot h - g = k$ $g - f - a = h$ $h : a + b = i$ $f \cdot f + b = g$ $g : g + h = e$ $d + b + f = c$ $b + a + a = c$ $c : c + a = d$	<p><b>1.</b> Wegen der Starthilfe weiß ich, dass der Buchstabe b für die 6 steht. Die 6 trage ich an allen Stellen der Gleichungen ein, wo ein b vorhanden ist.</p>
$a + a + a = 6$ $h \cdot h - g = k$ $g - f - a = h$ $h : a + 6 = i$ $f \cdot f + 6 = g$ $g : g + h = e$ $d + 6 + f = c$ $6 + a + a = c$ $c : c + a = d$	<p><b>2.</b> In der ersten Gleichung wird dreimal dasselbe addiert, anders ausgedrückt:  <math>a \cdot 3 = 6</math>                      Da die Umkehroperation der Multiplikation die Division ist, gilt auch:  <math>a = 6 : 3</math>                      Damit habe ich den Buchstaben a ermittelt, bei dem es sich um die Zahl 2 handelt. Diese Zahl trage ich überall für den Buchstaben a in den Gleichungen ein.</p>



## Variablen – Aus Bildern werden Buchstaben (Blatt 2)

$2 + 2 + 2 = 6$ $h \cdot h - g = k$ $g - f - 2 = h$ $h : 2 + 6 = i$ $f \cdot f + 6 = g$ $g : g + h = e$ $d + 6 + f = c$ $\mathbf{6 + 2 + 2 = c}$ $c : c + 2 = d$	<p><b>3.</b></p> <p>In der vorletzten Gleichung kommen inzwischen links nur noch Zahlen vor, ich kann also die linke Seite einfach ausrechnen.</p> <p>Dann steht dort <math>10 = c</math> und ich habe den Buchstaben c bestimmt. Die Zahl 10 trage ich überall für den Buchstaben c in den Gleichungen ein.</p>
$2 + 2 + 2 = 6$ $h \cdot h - g = k$ $g - f - 2 = h$ $h : 2 + 6 = i$ $f \cdot f + 6 = g$ $g : g + h = e$ $d + 6 + f = 10$ $6 + 2 + 2 = 10$ $\mathbf{10 : 10 + 2 = d}$	<p><b>4.</b></p> <p>Jetzt stehen auch in der letzten Gleichung links nur noch Zahlen. Ich rechne die linke Seite aus, zuerst die Punkt- und danach die Strichrechnung. Ich erhalte also zuerst <math>1 + 2 = d</math> und dann <math>3 = d</math>. Überall setze ich nun für den Buchstaben d die Zahl 3 ein.</p>
$2 + 2 + 2 = 6$ $h \cdot h - g = k$ $g - f - 2 = h$ $h : 2 + 6 = i$ $f \cdot f + 6 = g$ $g : g + h = e$ $\mathbf{3 + 6 + f = 10}$ $6 + 2 + 2 = 10$ $10 : 10 + 2 = 3$	<p><b>5.</b></p> <p>In der siebenten Gleichung taucht nur noch eine Variable, das f auf. Ich kann 3 und 6 addieren und erhalte <math>9 + f = 10</math>. Daraus mache ich die Subtraktionsaufgabe <math>f = 10 - 9</math>. Die Differenz 1 ist also die Zahl für den Buchstaben f und wird in alle Gleichungen eingetragen.</p>
$2 + 2 + 2 = 6$ $h \cdot h - g = k$ $g - 1 - 2 = h$ $h : 2 + 6 = i$ $1 \cdot 1 + 6 = g$ $g : g + h = e$ $3 + 6 + 1 = 10$ $6 + 2 + 2 = 10$ $10 : 10 + 2 = 3$	<p>Ab jetzt sollst du allein weiterrechnen. Die Aufgabe findest du auf der nächsten Seite.</p>



## Rechnen mit Zeiteinheiten und der Uhr (Blatt 4)

**Aufgabe 11:** Lukas und Olaf stehen auf dem Bahnsteig und wollen mit dem Zug um 11:03 Uhr nach Bummelhausen fahren. Da ertönt die Ansage, dass dieser Zug eine Dreiviertelstunde Verspätung hat. Die beiden warten. Nach der Dreiviertelstunde ertönt erneut eine Ansage, dass dieser Zug eine weitere halbe Stunde Verspätung hat. Die beiden warten weiter. Nach der halben Stunde ertönt eine dritte Ansage, dass der Zug weitere 19 Minuten Verspätung hat. Danach fährt endlich der Zug auf dem Bahnsteig ein. Wie spät ist es zu diesem Zeitpunkt?

---

---

---

---

**Aufgabe 12:** Finn hatte gestern eine Fahrradtour unternommen. Er war um 9.00 Uhr von zu Hause losgefahren und um 16.00 Uhr zurückgekehrt. Auf der Tour hatte Finn zwei Pausen eingelegt. Die eine Pause hatte eine Stunde gedauert, die andere eine halbe Stunde. Pro Stunde hat Finn 14 km zurückgelegt. Wie viele Kilometer ist Finn gestern gefahren?

---

---

---

---

**Aufgabe 13:** Familie Plansch besitzt einen Swimmingpool, in den 3300 Liter Wasser passen. Dieser Pool stand über den Winter leer und soll nun mit Wasser gefüllt werden. Herr Plansch legte zu diesem Zweck zwei Schläuche in den Pool. Aus dem einen Schlauch flossen 6 Liter Wasser pro Minute in den Pool, aus dem anderen waren es 4 Liter pro Minute. Wie viele Stunden dauerte es, bis der Pool voll war?

---

---

---

---

