Geometrie

Mathematisches Argumentieren und Beweisen mit dem Höhensatz

Marc Eßer

© colourbox

Dass die Mathematik über das bloße Anwenden und Ausrechnen auch Argumentieren bedeutet, rückt immer wieder in den Hintergrund. In dieser Unterrichtseinheit beschäftigen sich die Lernenden anhand eines Tunnelkonstruktionsproblems mit dem Höhensatz des Euklids. Dabei wird das Problemlösen sowie das Beweisen in den Mittelpunkt des Kompetenzerwerbs gestellt. Eine hohe Aktivierung der Lernenden wird durch Differenzierung, Entdeckung und digitale Elemente erreicht.

KOMPETENZPROFIL

GeoGebra

Klassenstufe:	9
Dauer:	2 Unterrichtsstunden
Inhalt:	Höhensatz
Kompetenzen:	mathematisch argumentieren (K1), kommunizieren (K6)

Auf einen Blick

Planung für 2 Stunden

Einstieg

M 1	Problemstellung: Konstruktion eines Tunnels

Erarbeitung

M 2	Geometrischer Beweis des Höhensatzes durch Legen
M 3	Algebraischer Beweis des Höhensatzes mithilfe des Satzes von Pythagoras

Ergebnissicherung

M 4	Die Formulierung des Höhensatzes

Lösung

Die **Lösungen** zu den Materialien finden Sie ab Seite 10.

Erklärung zu den Symbolen

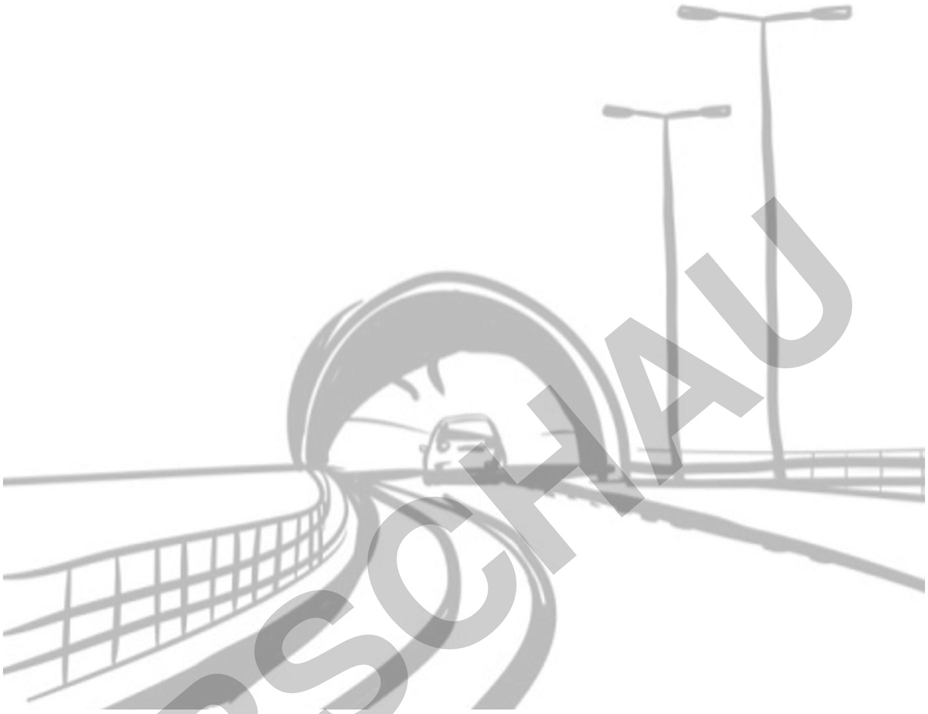
Dieses Symbol markiert differenziertes Material. Wenn nicht anders ausgewiesen, befinden sich die Materialien auf mittlerem Niveau.

einfaches Niveau	mittleres Niveau	schwieriges Niveau
Zusatzaufgabe	Alternative	Download

M 1 Problemstellung: Konstruktion eines Tunnels

Stellt euch vor, ihr seid in einem Architekturbüro tätig und sollt einen Tunnel konstruieren, sodass Busse mit 4,20 m Höhe in den Tunnel fahren können. Am Rand soll jeweils 1 m Fluchtweg eingeplant werden. Der Tunnel soll halbkreisförmig sein. Wie breit muss dann die Fahrbahn sein?

Skizze des Tunnels



Verändert nach: A-Digit/DigitalVision Vectors

Aufgaben 1

a) **Vervollständige** die Skizze mit den dir bekannten Informationen. Überlege dir dabei auch, welche mathematischen Formen, Sätze dir hier weiterhelfen könnten (bspw. Dreiecke, Rechte Winkel, ...).

b) **Vergleiche** deine Skizze mit der Skizze der Person, die neben dir sitzt.

c) **Besprecht** eure Skizzen gemeinsam in der Klasse.

Aufgabe 2

a) **Beweise** den Höhensatz $h^2 = p \cdot q$ entweder geometrisch (**M 2**) ODER durch das Sortieren der algebraischen Beweisschritte und mithilfe des Satzes von Pythagoras (**M 3**).

b) **Formuliere** den Höhensatz mithilfe von **M 4**.

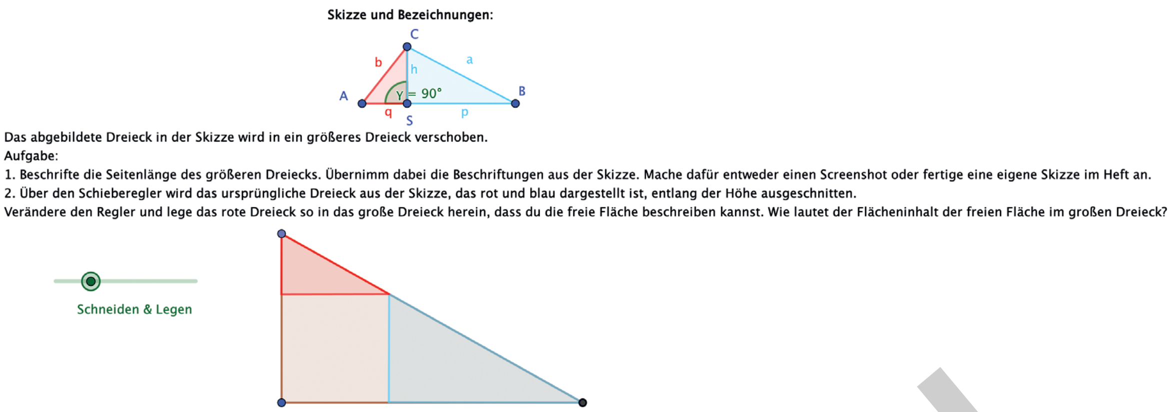
Aufgabe 3

Berechne nun mithilfe des Höhensatzes $h^2 = p \cdot q$ die Breite der Straße.

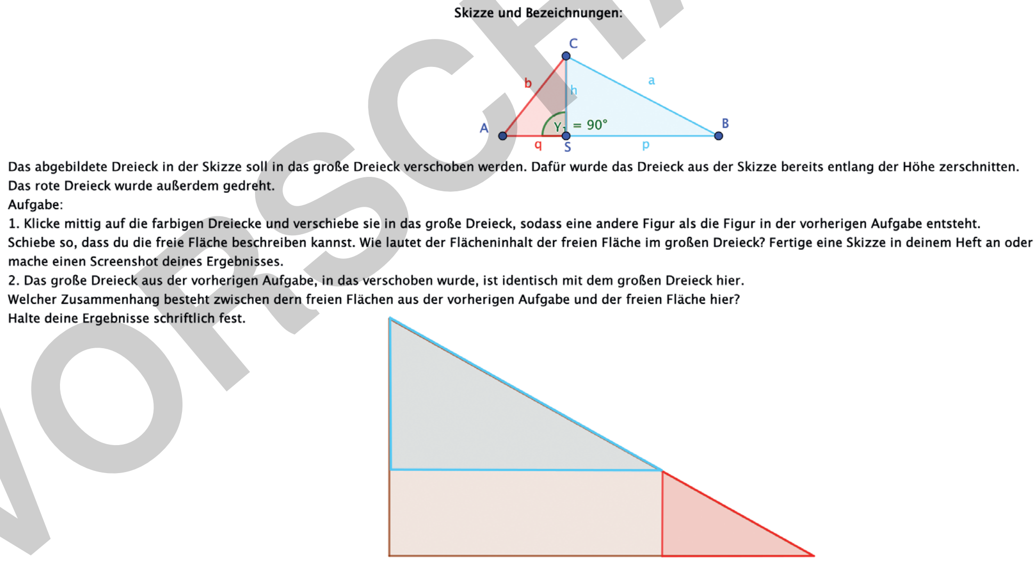
Aufgabe 4

Beweise die andere Möglichkeit.

Die **digitalen** Lösungen in GeoGebra sehen folgendermaßen aus:
Der Schieberegler ist im ersten Applet auf eine 90°-Drehung einzustellen. Daraus ergibt sich die unten abgebildete Figur h^2 (analog zum Beispiel aus Papier):



Das Schieben der beiden Dreiecksfiguren führt zur zweiten Figur (pq):



Die zweite Frage in diesem Applet führt zum Vergleich der beiden digital gelegten Figuren: