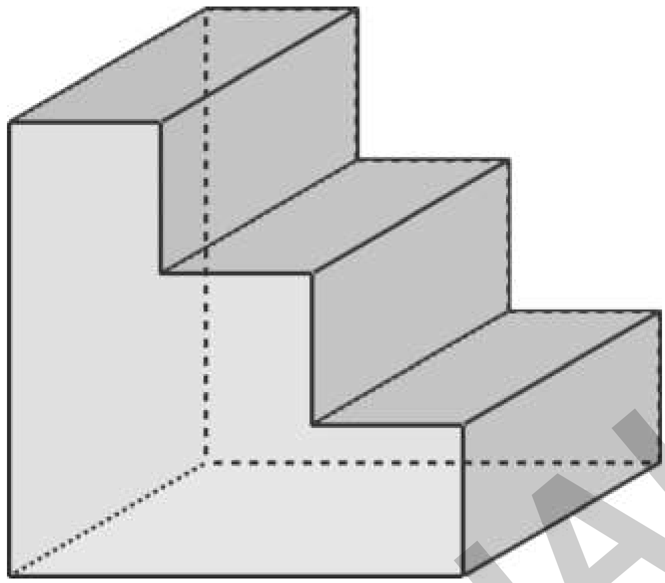
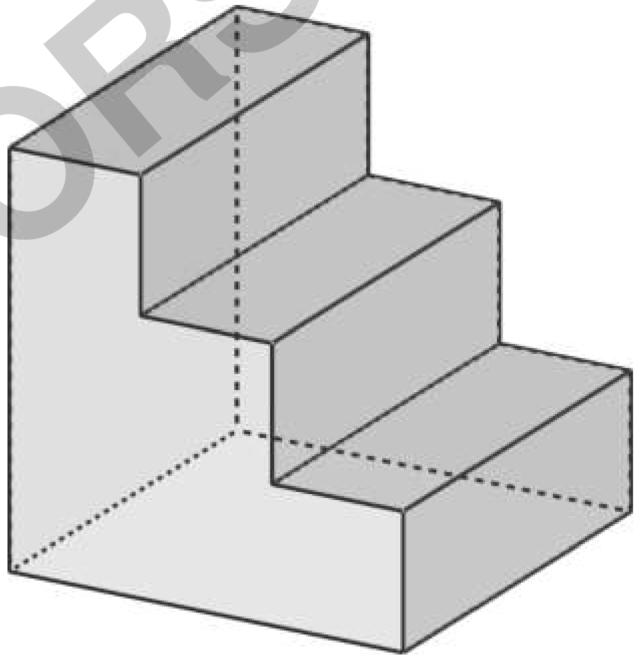
Inhaltsverzeichnis

Die Arbeitsblätter (Abbildungen der Körper und Aufgaben) sind als editierbare Word-Dateien und die Lösungen als PDFs zum Download erhältlich. Ebenso stehen die GeoGebra-Dateien der Abbildungen der Körper zum Download zur Verfügung.

Körper	Nr. 1	Treppe
		Abbildungen





Körper	Nr. 1	Treppe
		Aufgaben

Treppe I

1. Zeichne Front- und Seitenansicht der Treppe.

2. Zeichne ein Netz des Körpers.

3. Gib das Volumen und die Oberfläche der Treppe an,
wenn eine Treppenstufe 30 cm tief und 30 cm hoch ist.
Die Treppe soll insgesamt 1,50 m breit sein.

Treppe II

1. Das Treppenvolumen soll ungefähr 2 m^3 betragen.
Stufenhöhe und -tiefe sollen identisch sein.

a) Gib an, welche Größen bei dieser Vorgabe variabel sind.

b) Gib realistische Treppenmaße an, sodass das Volumen ca. 2 m^3 beträgt.

2. Stell dir ein dreidimensionales Koordinatensystem vor,
dessen Ursprung im Eckpunkt der Treppe hinten unten links liegt.
Gib die Koordinaten aller Eckpunkte an.
Nimm dazu an, dass die Treppe drei Einheiten breit ist und
jede Stufe eine Einheit tief und eine Einheit hoch ist.

Treppe III

1. Die Steigung der Treppe soll 30° betragen.

a) Zeichne im Schrägbild die Steigungsgerade ein und
markiere, wo die 30° gemessen werden müssen.

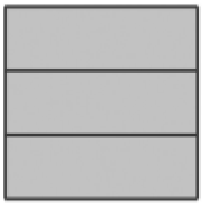
b) Gib mögliche Maße für Stufentiefe und -höhe an.

Körper	Nr. 1	Treppe
		Lösungen / Kommentar

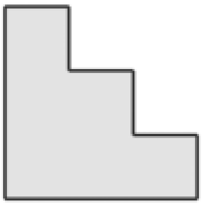
Treppe I

Aufgabe 1: Die Übertragung der perspektivischen Zeichnung in die Front- bzw. Seitenansicht bzw. in das Körpernetz ist eine gute Einstiegsübung, um den abgebildeten Körper kennenzulernen. Denkbar ist auch, den Körper mit geeignetem Material, z. B. Steckwürfeln, nachzubauen und dann als Modell zu nutzen.

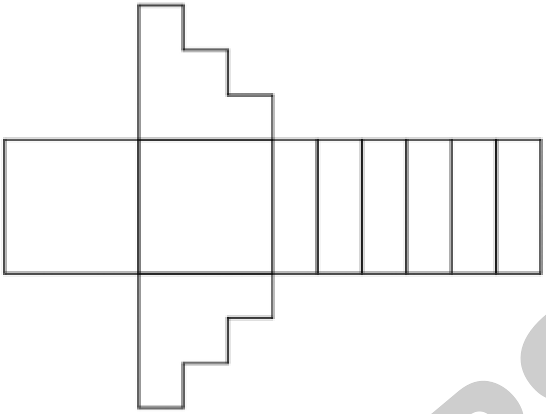
Vorderansicht



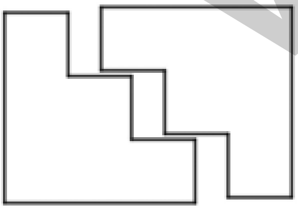
Seitenansicht von links



Aufgabe 2: Netz



Aufgabe 3: Die Volumenberechnung ermöglicht an diesem Körper die Diskussion verschiedener Vorgehensweisen. Die Teile der Treppe können sowohl einzeln berechnet werden (drei Quader mit unterschiedlicher Höhe), ebenso ist eine Zerlegung in sechs gleiche Quader möglich. Besonders elegant ist aber auch die Berechnung eines großen Quaders, der aus zwei identischen Treppen besteht. Das Volumen muss dann durch zwei geteilt werden.



$V_{Treppe} = \frac{1{,}80 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}50}{2} = 1{,}215$

Das Volumen mit den vorgegebenen Maßen beträgt 1,215 m³.

Das Berechnen der Oberfläche kann mithilfe des Netzes durchgeführt werden. Eine gute Übung besteht hierbei zunächst darin, die Maße an das Netz anzutragen. Auch kann es hilfreich sein, die Berechnung der Oberfläche verbal beschreiben zu lassen, z. B. „Ich rechne zweimal das große Rechteck plus zweimal das Seitenteil, das aus sechs einzelnen Quadraten besteht, plus sechsmal das schmale Rechteck."

$O_{Treppe} = 2 \cdot (0{,}9 \cdot 1{,}50) + 2 \cdot (0{,}3^2 \cdot 6) + 6 \cdot (0{,}3 \cdot 1{,}50) = 6{,}48$

Die Oberfläche der Treppe beträgt 6,48 m².

Körper	Nr. 1	Treppe
		Lösungen / Kommentar

Treppe II

Aufgabe 1 a) und 1 b): Die variable Größe ist in diesem Fall zunächst die Breite der Treppe, aber auch Höhe und Tiefe der Stufen mit der Einschränkung, dass diese gleich sein müssen. Die Aufgabe ist entweder durch Probieren lösbar oder aber mithilfe einer Gleichung. Dabei empfiehlt sich eine Angabe in Kubikzentimeter, um Kommazahlen zu umgehen.

a = Stufenhöhe und Stufentiefe
b = Breite der Treppe

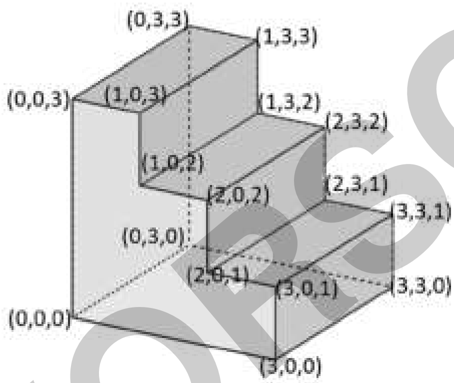
$2\,000\,000 = \frac{4a \cdot 3a \cdot b}{2}$ $\qquad$ $2\,000\,000 = 6a^2 \cdot b$

(So sieht man noch mal die Analogie zur Lösung über die 6 einzelnen Quader.)

Wenn man nun für a oder b konkrete Werte vorgibt, kann man den jeweils anderen Wert berechnen.
Beispiel: b = 2,50 m ⇒ a ≈ 36,5 cm

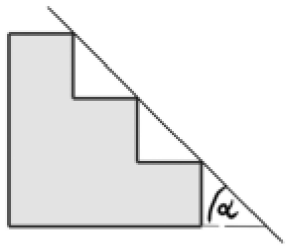
Aufgabe 2: Koordinatisieren ist eine Herausforderung für viele Schüler. Deswegen ist es von Vorteil, wenn es zunächst an einfachen Körpern geübt wird. Die Treppe mit ihren ganzzahligen Koordinaten ist besonders geeignet hierfür.

Koordinaten:



Treppe III

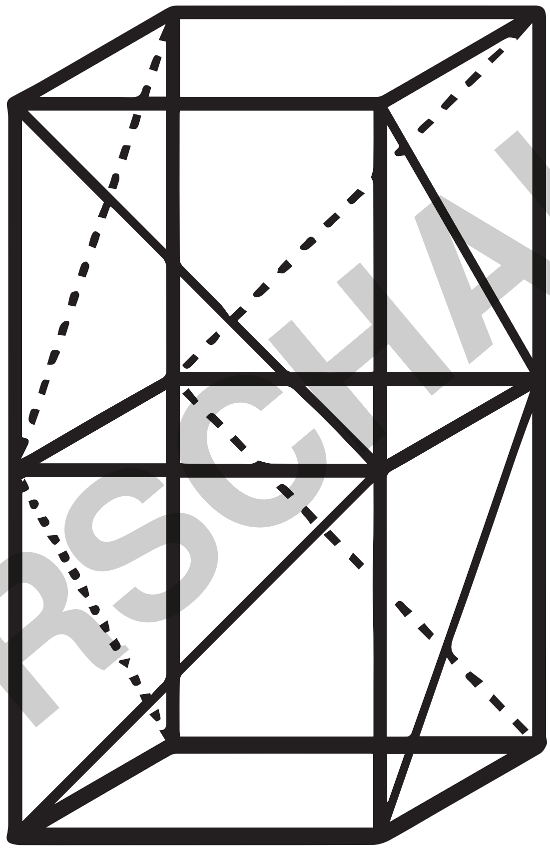
Aufgabe 1 a) und 1 b): Diese Aufgabe kann nur gelöst werden, wenn bestimmte Werkzeuge vorhanden sind. Prinzipiell genügt es, eine Vorstellung vom Begriff der Steigung zu haben und ihn im Zusammenhang mit vertikalem und horizontalem Abstand interpretieren zu können.



Zunächst muss allerdings ein rechtwinkliges Dreieck gezeichnet werden, aus dem das Verhältnis abgelesen werden kann. Dieser Schritt entfällt, wenn man den Tangens zur Verfügung hat.

Die Steigung bei einem Winkel von 30° beträgt ca. 0,6. Dementsprechend könnten die Stufen z. B. 50 cm tief und 30 cm hoch sein. Oder entsprechend analoge Verhältnisse.

Körper	Nr. 5	Gerüst
		Abbildung



Gerüst I

1. Gib an, aus wie vielen einzelnen Stäben das Gerüst besteht.

2. Markiere gleich lange Stäbe in der jeweils gleichen Farbe.

3. Wie viele Dreiecke kannst du in dem Gerüst erkennen?

4. Erweitere die Zeichnung so, dass das Gerüst nach oben und nach unten fortgesetzt wird.

Gerüst II

1. Zeichne eine Seitenansicht und eine Draufsicht des Gerüstes.

2. Zeichne in eine Zelle des Gerüstes die Raumdiagonalen ein und bestimme deren Länge.

3. Erweitere das Gerüst in der Zeichnung nach hinten.

Gerüst III

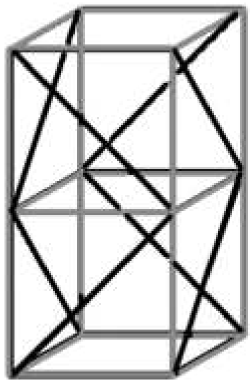
1. Wie viele Stäbe braucht man für ein Gerüst,
   das aus zehn übereinandergestapelten Zellen besteht?
   Erstelle Terme, mit denen man die Anzahlen für beliebig viele Zellen berechnen kann.

2. Markiere parallele, senkrecht zueinanderstehende und windschiefe Stäbe im Gerüst
   jeweils in einer Farbe.

Gerüst I

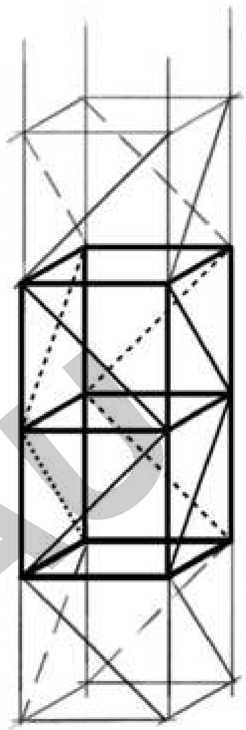
Aufgabe 1: Das Gerüst besteht aus sieben mal vier, also 28 Stäben.

Aufgabe 2: gleich lange Kanten unter der Voraussetzung, dass die Grundfläche quadratisch ist



Aufgabe 3: Man kann 16 kleine Dreiecke und vier große Dreiecke erkennen.

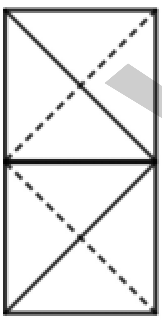
Aufgabe 4: erweiterte Zeichnung



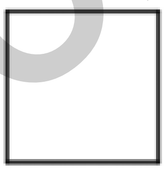
Gerüst II

Aufgabe 1:

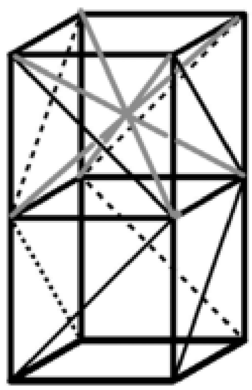
Seitenansicht



Draufsicht



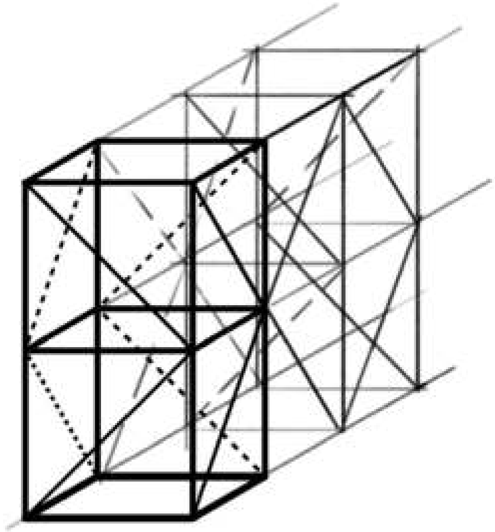
Aufgabe 2: Pro Zelle können vier unterschiedliche Raumdiagonalen eingezeichnet werden:



Für die Berechnung der Länge der Raumdiagonale kann entweder mit einem konkreten Maß für die Kantenlänge der Zelle gearbeitet werden oder diese wird mit einer Variablen (hier a) bezeichnet:

$d_{Raum} = \sqrt{d^2_{Fläche} + a^2} = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = \ 3a^2 = a\sqrt{3}$

Aufgabe 3:



Gerüst III

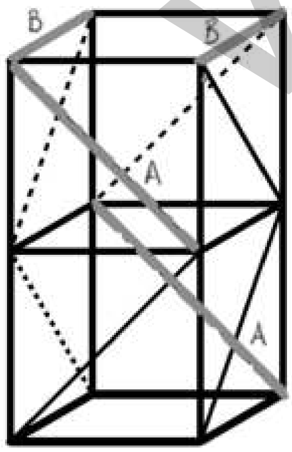
Aufgabe 1: Hier lassen sich je nach Art der Zählung unterschiedliche Terme finden. Ein Vergleich unter Ausnutzung von Termumformungen kann fruchtbar sein.

Für eine oben offene Zelle benötigt man acht kurze Stäbe und vier Stäbe in der Länge der Flächendiagonalen. Für den Abschluss der obersten Zelle werden dann weitere vier kurze Stäbe benötigt. Somit braucht man für x Zellen folgende Anzahlen:

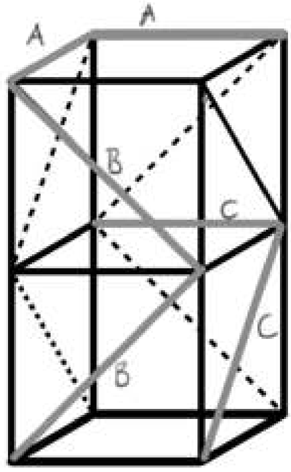
Anzahl kurze Stäbe: $x \cdot 8 + 4$ Anzahl lange Stäbe = $x \cdot 4$

Aufgabe 2:

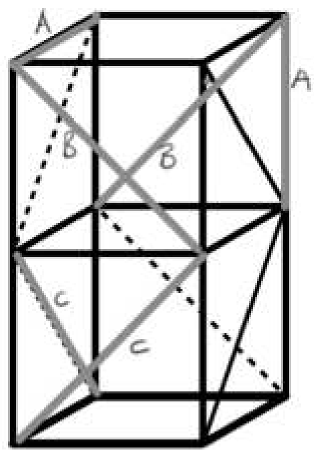
parallele Stäbe



zueinander senkrechte Stäbe (Auswahl)



windschiefe Stäbe (Auswahl)



Abbildungen mit GeoGebra erstel